

Berechnung eines speziellen Inertial-Antriebs und Ausnutzung der Zentrifugalkräfte

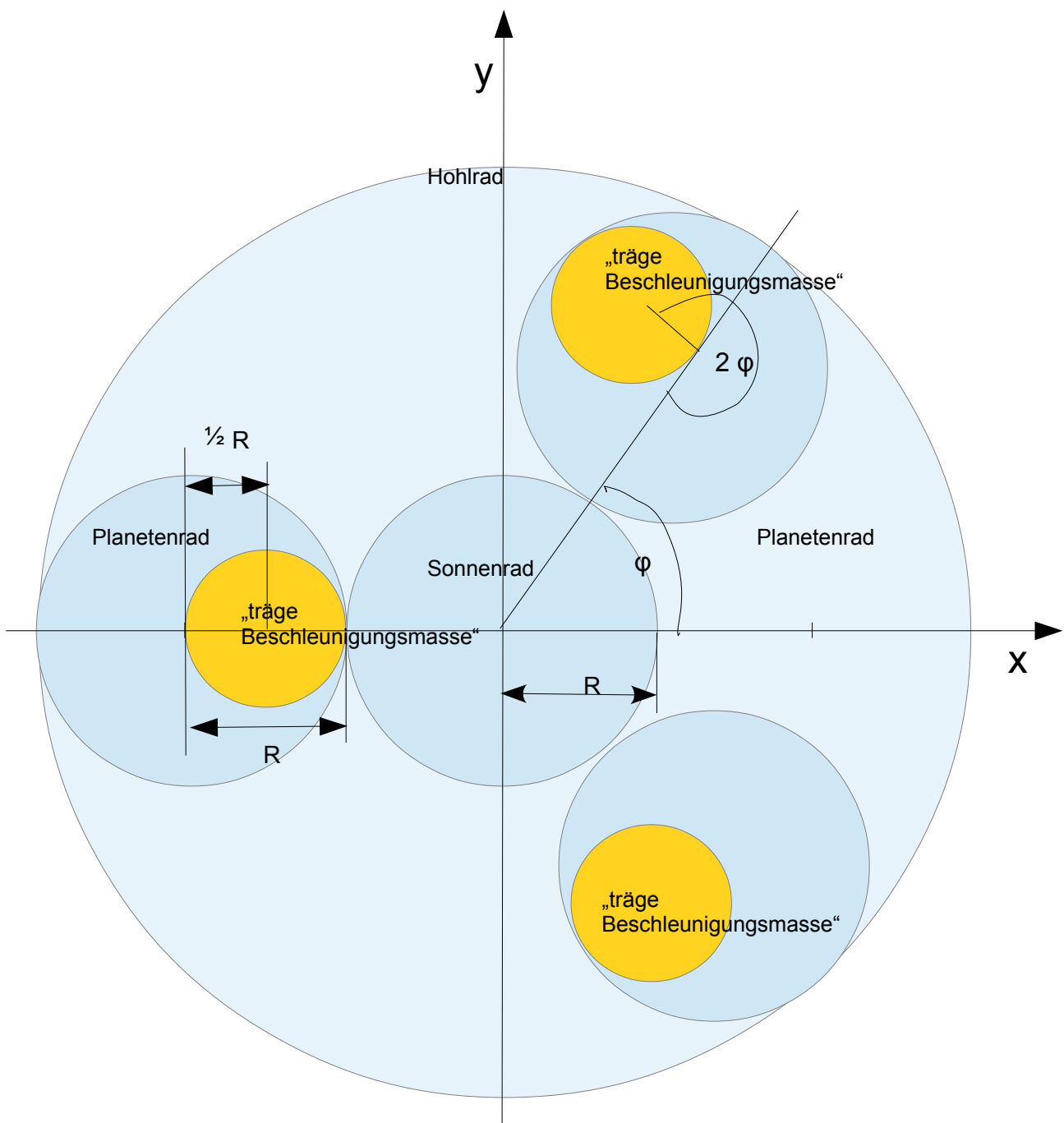
Inhaltsverzeichnis

1 Aufbau.....	2
2 Vereinfachende Annahmen.....	3
3 Berechnung.....	4
4 Diskussion des Ergebnisses.....	6
5 Berechnungsbeispiel.....	7

1 Aufbau

Der Inertial-Antrieb ist im Aufbau einem Planetengetriebe gleich mit feststehendem Sonnenrad und einer Anzahl von Planetenrädern mit gleichem Durchmesser (Zähnezahl) wie das Sonnenrad. Um einen gleichmäßigen Lauf zu gewährleisten, sollten mindestens 3 Planetenräder verwendet werden. Die Planetenräder sollten außerdem gleichverteilt über den Umfang des Sonnenrades angebracht werden (siehe Zeichnung, die Verzahnung ist nicht mit eingezeichnet), d.h. der Zentriwinkel zwischen den einzelnen Planetenrädern soll $360^\circ / \text{Anzahl der Planetenräder}$ sein. Auf den Planetenrädern wird eine Masse als Unwucht befestigt, deren Schwerpunkt sich im Abstand R_s vom Mittelpunkt eines jeden Planetenrades befindet. Ein Hohlräder dient als Schwungmasse.

Der Inertial-Antrieb nutzt sowohl Auftretende Verzögerungs- und Beschleunigungskräfte, als auch die durch die Zykloidalbewegung entstehenden und gleichmäßigen Zentrifugalkräfte.



2 Vereinfachende Annahmen

- Die träge „Beschleunigungsmasse“ hat den Schwerpunkt im Abstand $\frac{1}{2} R$ vom Mittelpunkt der Planetenräder.
- Die Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$ der Bewegung der Planetenräder soll als konstant angenommen werden, was durch eine große Schwungmasse (Hohlrad) erreicht werden kann.

3 Berechnung

Die Berechnung erfolgt unter Berücksichtigung nur eines Planetenrades. Der Effekt muß dann mit der Anzahl der verwendeten Planetenräder multipliziert werden – die Planetenräder sind „ununterscheidbar“.

Mit den unter 2 getroffenen Annahmen gilt für die „träge Beschleunigungsmasse“:

$$\begin{aligned} x &= R \left(2 \cos \varphi + \frac{1}{2} \cos 2\varphi \right) \\ y &= R \left(2 \sin \varphi + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Die Bahngeschwindigkeit der Masse wird zu:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -R \left(2 \sin \varphi + \sin 2\varphi \right) \dot{\varphi} \\ \dot{y} &= R \left(2 \cos \varphi + \cos 2\varphi \right) \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (2)$$

und die zweite Ableitung nach der Zeit wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -2R \left(\cos \varphi + \cos 2\varphi \right) (\dot{\varphi})^2 \\ \ddot{y} &= -2R \left(\sin \varphi + \sin 2\varphi \right) (\dot{\varphi})^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Aus (2) und (3) erhält man für die Bahnkrümmung unter Weglassen von $\dot{\varphi}$ als konstanten Faktor:

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{(\dot{x} \ddot{y} - \ddot{x} \dot{y})}{\left(\sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} \right)^3} \quad \text{und nach einigen Umformungen:} \\ \kappa &= 6 \frac{(1 + \cos \varphi)}{\left(R \sqrt{(5 + 4 \cos \varphi)} \right)^3} \end{aligned} \quad (4)$$

Die auftretende Zentrifugalbeschleunigung berechnen sich gemäß

$\vec{a}_z = \vec{n} v^2 \kappa$, wobei \vec{n} den Normalenvektor bezeichnet und v den Betrag der Bahngeschwindigkeit, welche sich zu

$$v = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} = R \sqrt{(5 + 4 \cos \varphi)} \quad \text{berechnet.}$$

Der Normalenvektor ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} \vec{n} &= \frac{(\dot{y} * \vec{e}_x - \dot{x} * \vec{e}_y)}{\sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2}} \\ \vec{n} &= \frac{((2 \cos \varphi + \cos 2\varphi) \vec{e}_x - (2 \sin \varphi + \sin 2\varphi) \vec{e}_y)}{\sqrt{(5 + 4 \cos \varphi)}} \end{aligned} \quad (5)$$

Somit wird mit (4) und (5) und $v=R\sqrt{(5+4\cos\varphi)}$ die wirkende Zentrifugalbeschleunigung zu

$$\vec{a}_z = 6 \frac{(1+\cos\varphi)}{(R(\sqrt{(5+4\cos\varphi)})^3)} R^2(5+4\cos\varphi) \frac{((2\cos\varphi+\cos 2\varphi)\vec{e}_x - (2\sin\varphi+\sin 2\varphi)\vec{e}_y)}{\sqrt{(5+4\cos\varphi)}}$$

und nach Kürzen:

$$\vec{a}_z = 6 \frac{(1+\cos\varphi)}{(R(5+4\cos\varphi))} ((2\cos\varphi+\cos 2\varphi)\vec{e}_x - (2\sin\varphi+\sin 2\varphi)\vec{e}_y) \quad (6)$$

Nun bleibt nur noch die numerische Integration $\frac{1}{(2\pi)} \int_0^{(2\pi)} \vec{a}_z d\varphi$. Diese ergibt einen Vektor

$$\frac{1}{(2\pi)} \int_0^{(2\pi)} \vec{a}_z d\varphi = \frac{R}{(2\pi)} (2\vec{e}_x + 0\vec{e}_y) \quad (7)$$

Als nächstes muß noch die Wirkung der Trägheit berücksichtigt werden, die entsteht durch die Beschleunigung und Verzögerung der „trägen Masse“ auf ihrer Bahnkurve.

$$\text{Es ist } \vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v} = \frac{d}{(d\varphi)} \sqrt{\left(\left(\frac{d}{(d\varphi)}x\right)^2 + \left(\frac{d}{(d\varphi)}y\right)^2\right)} * \vec{s} * \dot{\varphi} \quad (8)$$

wobei \vec{s} die aktuelle Bewegungsrichtung bedeutet. Es wird damit und mit dem vorigen

$$\vec{s} = \frac{(2R\sin\varphi R\sin 2\varphi)}{\sqrt{(5+4\cos\varphi)}} \vec{e}_x - \frac{(2R\cos\varphi + R\cos 2\varphi)}{\sqrt{(5+4\cos\varphi)}} \vec{e}_y \quad (9)$$

$$\frac{d}{(d\varphi)} \sqrt{\left(\left(\frac{d}{(d\varphi)}x\right)^2 + \left(\frac{d}{(d\varphi)}y\right)^2\right)} * \vec{s} = \frac{(2\sin\varphi)}{\sqrt{(5+4\cos\varphi)}} : \left\{ \frac{(2\sin\varphi + \sin 2\varphi)}{\sqrt{(5+4\cos\varphi)}} \vec{e}_x + \frac{(2\cos\varphi + \cos 2\varphi)}{\sqrt{(5+4\cos\varphi)}} \vec{e}_y \right\} \quad (10)$$

womit \vec{a} zu

$$\vec{a} = 2R \frac{(\sin\varphi)}{(5+4\cos\varphi)} * \{(2\sin\varphi + \sin 2\varphi)\vec{e}_x + (2\cos\varphi + \cos 2\varphi)\vec{e}_y\} (\dot{\varphi})^2 \quad (11) \text{ wird.}$$

Die numerische Integration von (11) liefert

$$\frac{1}{(2\pi)} \int_0^{(2\pi)} \vec{a} d\varphi = \frac{R}{(2\pi)} (0,1875\vec{e}_x + 0\vec{e}_y) (\dot{\varphi})^2 \quad (12)$$

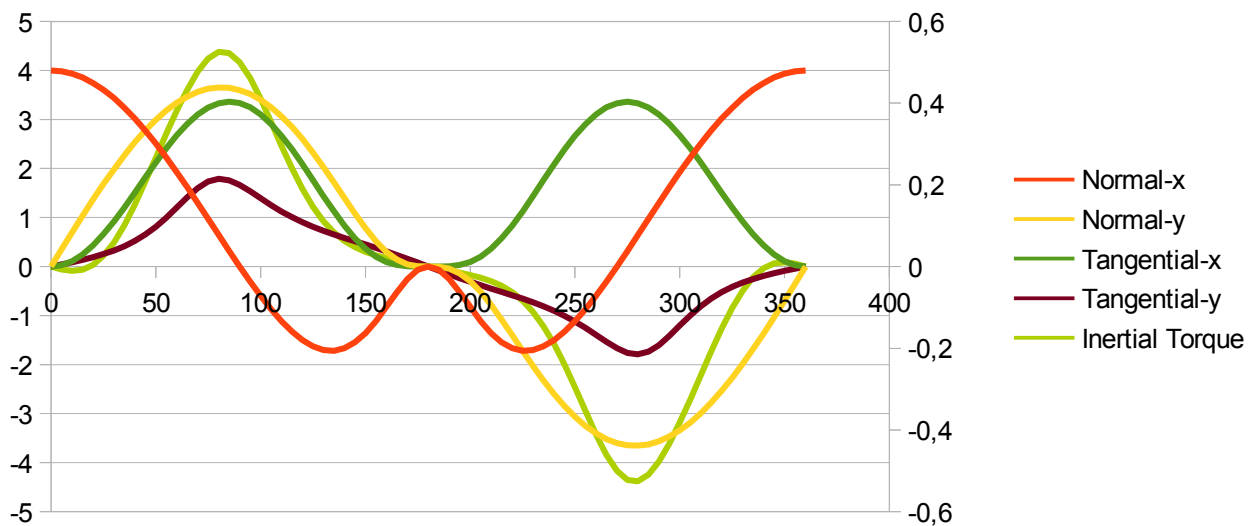
Wiederum durch die Symmetrie in y bedingt, gibt es keinen Beitrag in y-Richtung.

4 Diskussion des Ergebnisses

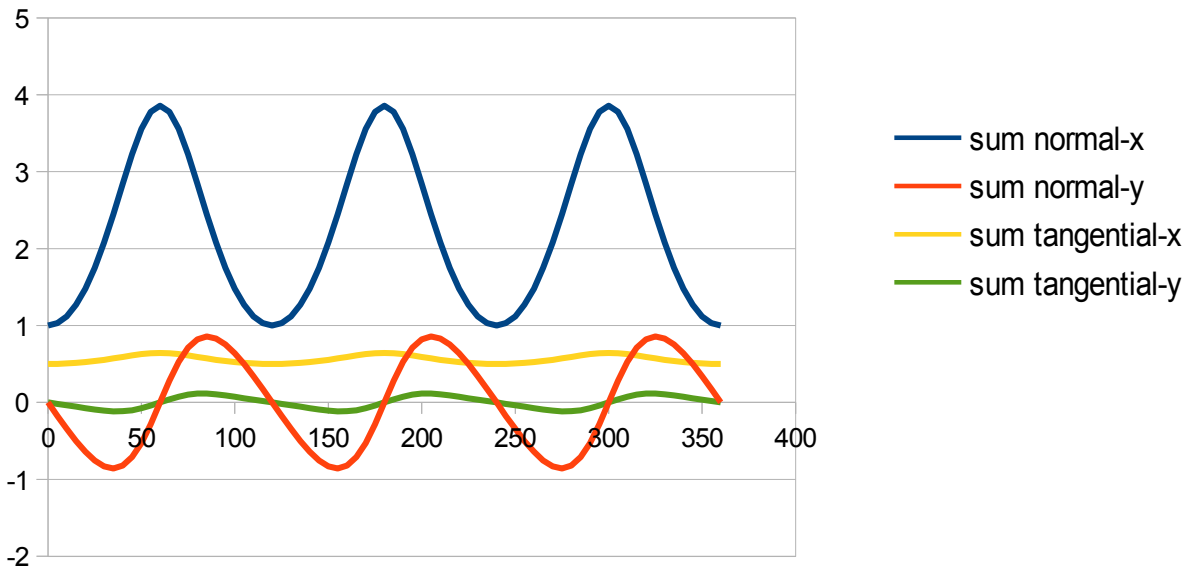
Die Betrachtung von (7) führt zu der Feststellung, daß

- keine Kräfte in y-Richtung auftreten, wie auch zu erwarten, da die Anordnung in y völlig symmetrisch ist.
- In x-Richtung treten summarische Kräfte auf, die durch die Zentrifugalbeschleunigung auf der Bahnkurve der „trägen Beschleunigungsmasse“ entstehen.
- Diese Kräfte berechnen sich nach $\vec{f} = \frac{(720-67,5)}{(2\pi)} * (\dot{\varphi})^2 * m_t * R \vec{e}_x$ pro Planetenrad.
- Es treten Kräfte durch die Beschleunigung/Verzögerung auf.
- Diese Kräfte wirken in x-Richtung. In y-Richtung heben sich die Kräfte auf (Symmetrie).
- Es treten keine summarischen Drehmomente auf.

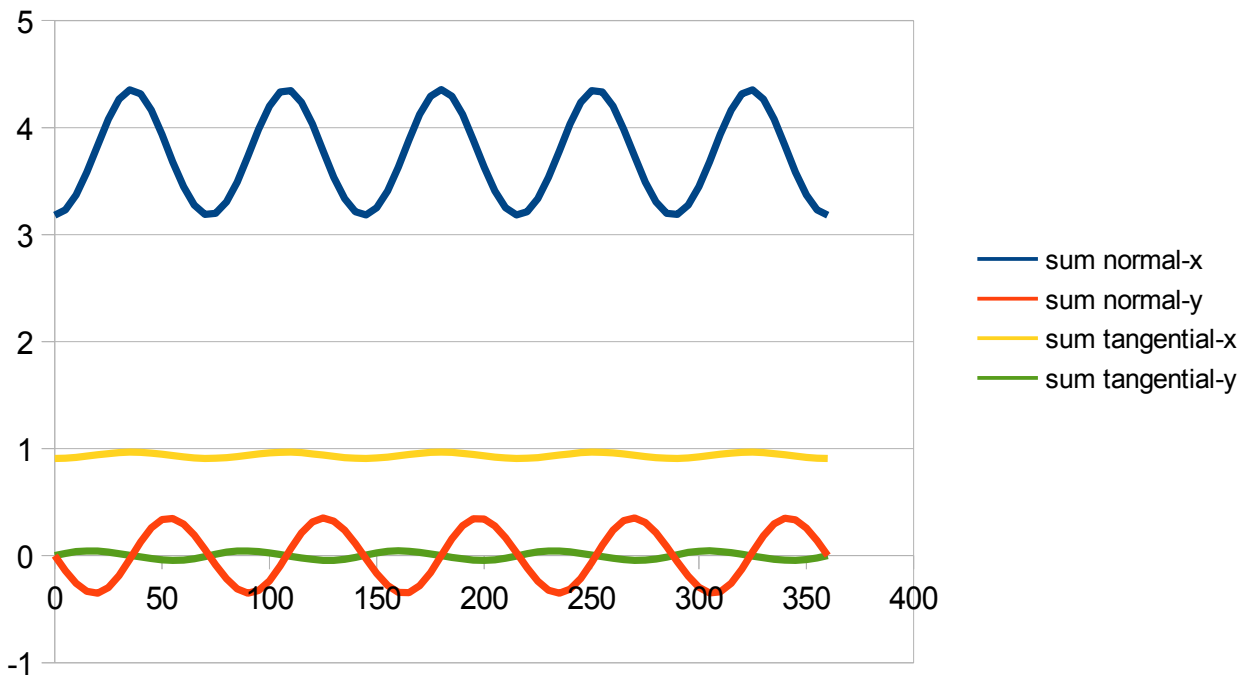
Darstellung der auftretenden Kräfte und Drehmomente:



- Die Verhältnisse mit 3 Planetenrädern sind hier dargestellt:



- Und hier die Verhältnisse mit 5 Planetenrädern:



5 Berechnungsbeispiel

Es sei

$$m_i = 1 \text{ kg}$$

$$N = 6000 / \text{min} = 100 \text{ s}^{-1} (\text{Drehzahl})$$

$$R = 0,1 \text{ m}$$

Dann ergibt sich pro Planetenrad eine durchschnittliche Kraftentwicklung von

$$\vec{f} = \frac{(2-0,1875)}{(2\pi)} * (\dot{\varphi})^2 * m_i * R \vec{e}_x = \frac{1,8125}{(2\pi)} * (2\pi 100)^2 \text{ s}^{-2} * 1 \text{ kg} * 0,1 \text{ m} \vec{e}_x = 113883 \text{ kg m s}^{-2} \vec{e}_x = 113,883 \text{ kN} \vec{e}_x$$

Wenn dabei 5 Planetenräder verwendet werden, ergibt sich eine mittlere Kraftentwicklung von rund 440,6 kN.

Zum Vergleich würde das bei einer Masse von 500 kg eine Beschleunigung von

$$0,881 \text{ m s}^{-2} \text{ ergeben, also von 0 auf 100 in rund 41 s.}$$

Der Inertial-Antrieb würde dann einen Durchmesser von etwas mehr als 60 cm haben und ohne die Schwungmasse (Hohlrad) etwas mehr als 5 kg wiegen. Die abgegebene Leistung ist proportional zum Quadrat der Umdrehungszahl, zum Radius der Zahnräder und zur verwendeten „trägen“ Masse. (Vgl. dazu den Aufwand für einen Verbrennungsmotor: Motor, Getriebe, Kühlung, Abgasaufbereitung, Zündung, elektronischer Schnikschnak ...). Ein kleiner Elektromotor mit wenigen Watt würde reichen, um den Antrieb in Bewegung zu setzen.